

# Area matematica



88

91

74

59

36

27

65

7

1

50

20

49

13

5

90

23



### 4.1. Significato e finalità formative della disciplina e indicazioni metodologiche e didattiche

#### 4.1.1. Significato e finalità formative

La matematica propone modi di pensare e di agire, situazioni e linguaggi che oggi incidono profondamente su tutte le dimensioni della vita quotidiana, sia individuale sia collettiva, consentendo di interpretare e valutare in modo critico le informazioni sempre più numerose e complesse offerte dalla società e di esercitare la propria appartenenza alla cittadinanza attraverso decisioni coscienti e motivate.

Nella scuola, la matematica è chiamata a fornire le risorse necessarie per affrontare con successo situazioni sia concrete, attinenti alla vita quotidiana, sia più astratte, attraverso la capacità di descrivere scientificamente il mondo tramite la modellizzazione dei fenomeni che lo caratterizzano. È tenuta anche a contribuire a: sviluppare le capacità di critica e di giudizio, di intuizione e creatività; affrontare l'incertezza; acquisire consapevolezza che occorre per motivare le proprie affermazioni; sviluppare l'attitudine ad ascoltare, comprendere e valorizzare argomentazioni e punti di vista diversi dai propri per poi farli agire in modo costruttivo con quelli personali; favorire atteggiamenti adeguati per sviluppare forme di cooperazione e di integrazione sociale di cui oggi si avverte prepotentemente la necessità.

Per fornire agli allievi questi strumenti, l'insegnamento della matematica deve avvenire in modo tale che gli apprendimenti formali acquistino senso, innescandosi su quelli informali ed evitando che rimangano un fatto esclusivamente interno alla scuola, collegato al successo scolastico, senza legami con la realtà esterna. In tal modo si contribuisce anche a sviluppare negli allievi un atteggiamento positivo nei confronti di questa disciplina.

La costruzione di competenze matematiche per un allievo rappresenta un percorso a spirale nel quale quanto appreso in precedenza viene riaffrontato, collegato con altri saperi e altre esperienze, consolidato e approfondito in diverse occasioni. Per questo motivo le risorse che lo studente è chiamato a mobilitare nella scuola media devono essere viste come un'evoluzione di quelle attivate nella scuola elementare e ancora prima nella scuola dell'infanzia. Tutto ciò si configura come un lungo processo nel corso del quale è sicuramente opportuno ed estremamente efficace mostrare agli allievi i forti legami esistenti tra la matematica e le altre aree culturali, proponendo percorsi che risultino coerenti in un'ottica di continuità educativa tra le scuole dell'infanzia, elementare e media.

#### 4.1.2. Indicazioni metodologiche e didattiche

Nel processo di insegnamento-apprendimento della matematica gli oggetti che costituiscono il bagaglio disciplinare non vanno considerati come entità universali, prestabilite e immutabili che devono essere apprese come tali, ma come oggetti da costruire attraverso l'attività personale e condivisa tra gli allievi. La conoscenza scientifica deve essere considerata come il frutto di una costruzione operata dagli esseri umani che apprendono e non come un sapere in sé. L'insegnante è quindi chiamato a mediare - attraverso un processo di messa in comune e di validazione - tra il sapere ingenuo, spontaneo, fatto proprio da ogni singolo allievo e il sapere disciplinare matematico atteso dalla società, parte integrante della cultura, dinamico e costruito nel tempo come testimonianza di una continua ricerca. Ciò può avvenire tramite una fase di istituzionalizzazione di quelle scoperte avvenute nel gruppo classe che risultano coerenti con la disciplina di riferimento, così da creare un sapere adatto a essere comunicato all'esterno e, soprattutto, a essere utilizzato a più riprese e in ambiti diversificati.

Questo processo richiede sforzi di natura concettuale e comporta anche difficoltà linguistiche che devono essere conosciute e tenute in considerazione dall'insegnante, per consentire un'acquisizione graduale del linguaggio matematico da parte di ciascun allievo. Spetta all'insegnante il compito di organizzare gli apprendimenti avvenuti e di introdurre gradatamente una terminologia il più possibile vicina a quella che si usa in matematica, in modo da creare un linguaggio coerente con la disciplina che possa essere usato in tutti i contesti. Gli allievi devono essere stimolati a una continua interpretazione e verbalizzazione di idee, intuizioni e proposte, evitando che in loro subentri la paura di commettere errori e il tentativo di riprodurre in modo acritico e impersonale definizioni, formule e procedimenti standard. Occorre inoltre insistere consapevolmente sugli aspetti affettivo-relazionali, comunicativi e morali dello sviluppo dell'individuo, promuovendo a ogni livello scolastico un apprendimento che vada oltre la dimensione cognitiva, sfruttando le non poche occasioni offerte dalla matematica.

È auspicabile che l'acquisizione di competenze da parte degli allievi avvenga a partire da situazioni-problema efficaci, significative e stimolanti, a volte più vicine alla vita quotidiana a volte più intrinseche alla matematica stessa e che acquistino senso per gli allievi.

Una situazione-problema si caratterizza in quanto è contestualizzata e rappresenta una sfida alla portata dell'allievo; deve suscitare in lui interesse e adesione, indurlo a mobilitarsi per elaborare strategie e una o più conseguenti soluzioni e deve includere un'attenzione alla riflessione metacognitiva e alla ricerca del senso della situazione proposta.

Tali situazioni devono essere presentate cercando di differenziare le proposte, le strategie didattiche, pedagogiche e organizzative che possano permettere di assicurare la gestione della diversità in aula, garantendo contemporaneamente un miglioramento degli apprendimenti di tutti. Tali situazioni devono portare il più possibile ogni allievo a provare curiosità, ad aver voglia di saperne di più, a porsi domande alle quali cercherà in ogni modo di rispondere, a dare prova di intraprendenza, a operare tentativi, a intuire strategie risolutive, a verificare le proprie congetture al fine di sviluppare negli allievi aspetti di competenza matematica che permettano loro di vedere, interpretare e comportarsi nel mondo anche in un senso matematico. Tali aspetti di competenza devono coinvolgere la disponibilità affettiva ed emotiva a fare uso delle proprie conoscenze per valutarne la pertinenza nel proprio contesto di vita, il desiderio di comunicarle, di migliorarle e di conseguenza di aumentare il proprio bagaglio matematico.

Così facendo, fin dalla scuola dell'infanzia, si offre all'allievo la possibilità di imparare gradualmente ad affrontare con creatività, positività e determinazione situazioni-problema di varia natura, a fare congetture e applicare possibili strategie risolutive, a rappresentarle in diversi modi, a controllare il proprio processo risolutivo, a confrontare la pertinenza dei risultati con la situazione proposta, stimolato dalla guida dell'insegnante e dal confronto e dalla discussione con i suoi pari.

Nell'arco della scuola elementare è opportuno favorire anche situazioni di apprendimento che consentano di compiere i primi passi verso aspetti di competenza come l'astrazione, la gestione di diverse rappresentazioni dello stesso concetto, la matematizzazione, la formalizzazione e la generalizzazione dei contenuti proposti, che troveranno un primo assestamento durante la scuola media.

Ciò può avvenire facendo vivere esperienze che favoriscono uno stretto collegamento tra il «pensare» e il «fare», in particolare nell'ambito del laboratorio matematico. Quest'ultimo è inteso come «spazio didattico» in cui l'allievo è attivo, formula congetture e ipotesi, progetta, sperimenta, raccoglie dati, realizza e controlla le conseguenze delle scelte effettuate, negozia significati, valida e argomenta le proprie scelte con il resto del gruppo classe, costruisce significati interindividuali, socializza le conoscenze emerse.

Il laboratorio matematico costituisce uno spazio privilegiato per lavorare sui nuclei fondanti della disciplina. Esso permette pure di perseguire obiettivi non specifici dell'apprendimento matematico, come lo sviluppo del gusto estetico, l'abitudine all'uso del ragionamento anche fuori da un contesto matematico, l'interesse verso la creazione e risoluzione di problemi, l'atteggiamento verso la problematizzazione dei fatti della vita.

In quest'ottica si inserisce una «pedagogia per progetti» in cui rientra l'ambito matematico insieme ad altre Discipline e in cui è possibile integrare aspetti diversi del quotidiano e sviluppare nel contempo Competenze trasversali.

L'idea di laboratorio matematico evolve nell'arco della scuola dell'obbligo. Nella scuola dell'infanzia ed elementare vi è un forte legame tra gli aspetti manipolativi delle attività proposte e le prime immagini di concetti matematici; risulta in effetti importante per l'alunno ideare, progettare e costruire concretamente oggetti a contenuto matematico.

Da questo punto di vista è utile sottolineare l'importanza di proporre significativi artefatti utili per l'apprendimento degli allievi, tra i quali i tradizionali strumenti. Durante gli ultimi anni di scuola elementare e nella scuola media va favorito, con le dovute cautele, il passaggio graduale da modelli materiali a rappresentazioni astratte, tenendo conto delle competenze raggiunte dagli allievi. Va comunque sempre valorizzato un genuino atteggiamento di ricerca, scoperta e costruzione della matematica che metta l'accento sulle facoltà di ragionamento e che favorisca lo sviluppo delle capacità di analisi, di sintesi, d'intuizione, d'invenzione e di riflessione metacognitiva. Nelle fasi di sperimentazione e di scoperta che caratterizzano il laboratorio va valorizzata l'importanza del lavoro di gruppo, che rappresenta una ricca occasione per sviluppare Competenze trasversali fondamentali nell'apprendimento di tutte le Discipline e per lo sviluppo della persona quali le capacità di confrontarsi, comunicare, condividere, favorendo la collaborazione e la cooperazione.

Non va infine dimenticato che lo sviluppo delle competenze matematiche risulta indispensabile per la crescita dei membri di una società capaci di dialogare attivamente con il continuo progresso scientifico e tecnologico in atto. La dimensione culturale scientifico-matematica, nel senso di *habitus mentale*, fa parte della formazione del futuro cittadino capace di servirsi delle tecnologie in modo critico, opportuno, consapevole e ragionato.

Quest'ultime offrono anche interessanti possibilità per costruire percorsi didattici innovativi, stimolanti e arricchenti che si possono integrare efficacemente con quelli più tradizionali. La varietà di attività e l'apertura della scuola ai moderni cambiamenti indotti da tecnologie e nuovi linguaggi consentono di migliorare i contesti formativi, arricchendo la qualità dei processi di insegnamento e apprendimento.

## 4.2. Modello di competenza

La struttura del modello è pensata come strumento per concepire, descrivere e organizzare le competenze matematiche.

Si tratta di un modello pluridimensionale che considera:

- cinque **ambiti di competenza**: nuclei tematici del sapere matematico;
- sei **aspetti di competenza**: due centrati sulle risorse cognitive, i restanti quattro sui processi cognitivi chiave qualificanti il sapere matematico;
- una **dimensione evolutiva**: fine 1° ciclo (4° anno), fine 2° ciclo (7° anno) e fine 3° ciclo (11° anno);
- delle **dimensioni extra cognitive**: disposizioni ad agire connesse a processi motivazionali, sociali, attribuzionali ecc.

Ponendo attenzione agli ambiti e agli aspetti di competenza richiamati ne scaturisce un quadro che può essere rappresentato schematicamente tramite una matrice composta di 30 celle, nella quale riconoscere i traguardi di apprendimento essenziali relativi alla disciplina matematica.

**Figura 18**  
Modello di competenza per la matematica

		1°- 2°- 3° ciclo					
		Ambiti di competenza					
		Numeri e calcolo	Geometria	Grandezze e misure	Funzioni	Probabilità e statistica	
Aspetti di competenza	Risorse cognitive	Sapere e riconoscere	Manifestazioni di competenza				
		Eeguire e applicare					
	Processi cognitivi	Esplorare e provare					
		Matematizzare e modellizzare					
		Interpretare e riflettere sui risultati					
		Comunicare e argomentare					

La descrizione completa di competenze matematiche deve contemplare, oltre agli aspetti cognitivi, anche quegli elementi legati alle dimensioni extra cognitive che permeano ogni situazione in cui la competenza si manifesta, quasi fossero una specie di fluido modellante in grado di dare forma ai vari traguardi di apprendimento in gioco. Come per le altre Discipline si è rinunciato all'esplicitazione di tali dimensioni, che però si connettono agli aspetti di competenza e rinviano alle Competenze trasversali.

La struttura proposta permette di identificare con buona approssimazione le competenze in gioco, attraverso l'insieme delle risorse e dei processi necessari per rispondere con successo a una situazione. Essa costituisce pertanto uno strumento per la descrizione delle competenze relative ai singoli cicli di scolarità e alla loro evoluzione.

#### 4.2.1. Ambiti di competenza e loro progressione

I contenuti matematici sono suddivisi in cinque ambiti di competenza che devono essere sviluppati lungo tutto l'arco della scolarità obbligatoria. Essi sono: «Numeri e calcolo», «Geometria», «Grandezze e misure», «Funzioni», «Probabilità e statistica».

Come si evince dagli ambiti scelti, l'impianto contenutistico tradizionalmente fondato solo sulla dimensione deterministica (numerica e geometrica), è completato da «Probabilità e statistica», sotto forma di approcci all'elaborazione statistica di dati e all'indagine nel campo della probabilità.

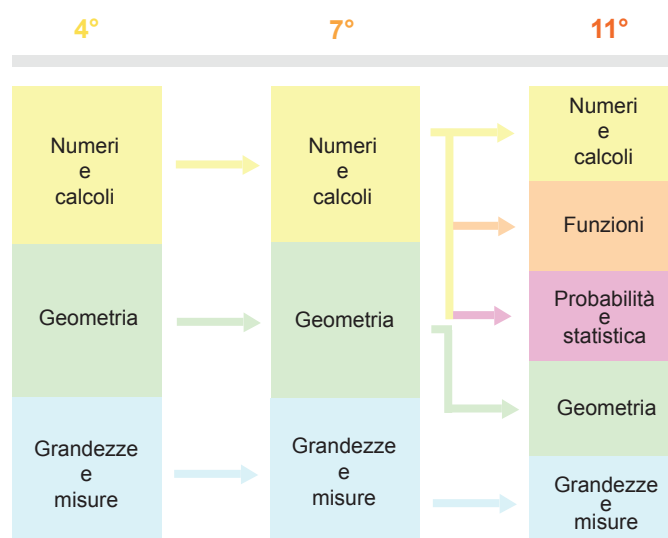
Gli ambiti scelti coprono l'insieme dei contenuti matematici affrontati nel corso dei tre cicli, tuttavia per alcuni di essi e in determinati anni di scolarità non è ragionevole definire dei traguardi di apprendimento. Infatti, in alcuni anni e con riferimento a certi ambiti, sono previste attività didattiche di sensibilizzazione e di introduzione a temi che solo più tardi, dopo un adeguato processo di insegnamento-apprendimento e di maturazione, potranno diventare competenza.

Tenendo conto di questa realtà, per il 4° e il 7° anno di scolarità sono stati individuati e formulati traguardi di apprendimento unicamente per i tre ambiti «Numeri e calcolo», «Geometria» e «Grandezze e misure».

Va però precisato che al 7° anno si possono comunque individuare elementi preparatori agli ambiti «Funzioni» e «Probabilità e statistica» che sono presentati all'interno dell'ambito «Numeri e calcolo» e che diventeranno modelli adeguati nel 3° ciclo.

Lo sviluppo sull'arco dei tre cicli dei vari ambiti può essere illustrato come segue:

**Figura 19**  
Sviluppo degli ambiti di competenza nella scuola dell'obbligo



Di seguito, per ogni ambito previsto, sono presentati gli elementi caratterizzanti.

## Numeri e calcolo

Gli oggetti di studio in questo ambito sono gli elementi e la struttura dei vari insiemi numerici. È previsto un graduale ampliamento dai numeri naturali ai reali, comprendente i principali concetti e le proprietà delle operazioni con le loro applicazioni nel calcolo, che trova la sua principale ragione d'essere nei processi risolutivi di situazioni-problema nel cui contesto va opportunamente affrontato, sviluppato ed esercitato. Rispetto al passato il calcolo a scuola assume oggi una nuova connotazione alla luce della diffusione generalizzata dei più svariati mezzi tecnologici in grado di eseguire calcoli di ogni tipo. Il tradizionale tecnicismo legato agli algoritmi di calcolo non è più indispensabile dal punto di vista strumentale. Per contro diventano importanti le competenze relative all'uso sensato ed efficace degli strumenti tecnologici, che comprende la capacità di stimare e di interpretare i risultati forniti da tali strumenti. In tale contesto il calcolo mentale assume un'importanza prioritaria, come risorsa necessaria sia per eseguire un calcolo o per approssimarlo (stima in situazioni di incertezza, stima del risultato di una sequenza di calcoli), sia per lo sviluppo di determinati concetti e algoritmi concernenti i vari insiemi numerici (fondati essenzialmente sulle proprietà delle operazioni, sulla gerarchia di quest'ultime e sull'uso delle parentesi).

## Geometria

L'ambito «Geometria» ha come oggetto di studio le figure e le loro proprietà viste secondo due ottiche:

- la geometria sintetica, che si occupa essenzialmente degli aspetti qualitativi delle figure (bi- e tridimensionali), mettendo in risalto proprietà comuni a figure diverse (formazione di classi di figure) e proprietà diverse (suddivisione in sottoclassi). Non è previsto lo studio sistematico delle trasformazioni del piano in se stesso, ma un cenno alle stesse può facilitare la scoperta delle proprietà di figure anche non convenzionali, e dare maggior senso al riconoscimento di assi e centri di simmetria, di centri di rotazione, di movimenti di traslazione;
- la geometria metrica, che si occupa di problemi essenzialmente quantitativi concernenti le figure (concetti e calcolo di lunghezze, aree, volumi e ampiezze); particolare importanza viene data ad alcune figure basilari con lo sviluppo di procedure chiave e al concetto di figura composta, sia nel piano, sia nello spazio. Questo aspetto è strettamente connesso con l'ambito «Grandezze e misure» per quanto concerne i concetti di grandezza, misura, unità di misura e relazioni esistenti fra di esse.

La geometria rappresenta la prima rappresentazione del mondo fisico, per questo, dal punto di vista didattico, il rapporto tra intuizioni connesse all'esperienza e il ragionamento geometrico resta fondamentale.

## Grandezze e misure

Questo ambito permette di comprendere come individuare, descrivere, definire, interpretare e misurare grandezze di oggetti e di fenomeni del mondo reale. Per comprendere che cosa si sta misurando è necessario entrare in contatto con gli oggetti e percepirne le caratteristiche considerate, fare attività di stima, classificazione, comparazione tra le quantità e sviluppare delle tecniche di misura. La determinazione da parte dell'allievo dell'ordine di grandezza della misura degli oggetti reali può essere conseguita solo attraverso l'esperienza che egli ha acquisito per mezzo di misurazioni concretamente effettuate. In particolare, durante la scolarità obbligatoria occorre sistemare le conoscenze che gravitano attorno ai concetti di grandezza, misura, unità di misura (con particolare riguardo al Sistema Internazionale delle Unità e alla Legge federale sulla metrologia), oltre naturalmente alle procedure di calcolo di alcune grandezze e di conversione fra misure espresse secondo unità diverse, il più possibile contestualizzate in situazioni-problema significative.

Tale ambito è quindi strettamente correlato con gli aspetti numerici e geometrici. Oltre alle grandezze geometriche (lunghezza, area, volume, ampiezza) sono da prendere in considerazione capacità, massa, tempo, valore monetario e altre grandezze a seconda delle situazioni affrontate.

Questo ambito concerne relazioni di tipo funzionale fra insiemi numerici o grandezze, prendendo in particolare considerazione il concetto di funzione. Accanto a un'alfabetizzazione di base relativa alla simbologia essenziale del linguaggio degli insiemi e alle varie forme di rappresentazione grafica di corrispondenze fra due insiemi, viene introdotto in modo esplicito e applicato gradualmente il concetto di funzione. L'intento è di sviluppare negli alunni un «pensiero funzionale» che porta a riconoscere e utilizzare vari registri interpretativi di una stessa situazione, attraverso diverse rappresentazioni semiotiche (in particolare testi, schemi, tabelle, grafici, espressioni algebriche). L'impiego del concetto di funzione per matematizzare e modellizzare situazioni reali, costituisce un aspetto utile e importante che offre molti stimoli per sviluppi successivi, e va affrontato didatticamente anche mediante l'uso di software adeguati, in particolare un foglio di calcolo.

## Probabilità e statistica

Questo ambito concerne i due nuclei tematici legati all'elaborazione matematica di dati statistici e all'educazione al pensiero probabilistico. La sua presenza costituisce una novità per rapporto ai precedenti programmi.

Si tratta di due nuclei tematici che oggi - per l'impatto che hanno sul modo di pensare proposto dalla scienza moderna - sono riconosciuti come essenziali all'interno della conoscenza matematica che la scuola è chiamata a sviluppare. Sono stati riuniti in un unico ambito specifico per sottolineare l'importanza di raccogliere, descrivere, rappresentare e analizzare dati come pure di dare spazio e di curare anche elementi fondamentali legati all'incertezza e alla casualità con l'obiettivo di sviluppare le competenze che caratterizzano l'alfabetizzazione probabilistica: produrre giudizi probabilistici, interpretare giudizi probabilistici di altri, decidere in situazioni di incertezza.

Non si tratta di affrontare questi argomenti da un punto di vista tecnico-assiomatico, quanto piuttosto di far vivere esperienze di ragionamento probabilistico che consentano di affrontare con consapevolezza situazioni della vita quotidiana caratterizzate da incertezza, ponendo le basi per sviluppare e consolidare competenza in questo ambito.



#### 4.2.2. Aspetti di competenza

Gli aspetti di competenza si connettono agli ambiti tematici discussi sopra e si articolano nel seguente modo:

- risorse cognitive: «Sapere e riconoscere», «Eeguire e applicare»;
- processi cognitivi: «Esplorare e provare», «Matematizzare e modellizzare», «Interpretare e riflettere sui risultati», «Comunicare e argomentare».

#### Risorse cognitive

### Sapere e riconoscere

Comprende gli apprendimenti relativi alla padronanza di conoscenze, sia di tipo dichiarativo sia di tipo procedurale. In particolare: l'acquisizione di concetti (conoscenza dell'oggetto matematico in gioco e comprensione del suo significato) e, parallelamente, l'apprendimento di algoritmi e procedimenti. Il riconoscere comprende il saper distinguere oggetti matematici in base ai loro elementi, proprietà, relazioni e rappresentazioni, sulla base delle conoscenze dichiarative e procedurali acquisite.

### Eeguire e applicare

Comprende quegli aspetti del saper fare legati all'esecuzione, automatica e non, di procedimenti e algoritmi, che possono prevedere l'intervento consapevole e richiedere il riconoscimento della situazione e un adattamento alla stessa. In particolare, eseguire calcoli, trasformazioni e costruzioni con o senza mezzi ausiliari, applicare procedimenti e concetti disciplinari specifici dei vari ambiti di competenza a concrete situazioni matematiche.

#### Processi cognitivi

### Esplorare e provare

Esplorare con fiducia e determinazione situazioni matematiche non note, provare ad affrontarle per tentativi ed errori, individuare strategie e procedimenti interpretativi e risolutivi, formulare congetture e verificarle o confutarle attraverso verifiche, ragionamenti o produzione di controesempi.

### Matematizzare e modellizzare

Introdurre e utilizzare concetti, principi e metodi specifici della matematica per comprendere, spiegare, esaminare un dominio reale o ideale; individuare e applicare procedimenti attraverso i quali si utilizzano oggetti della matematica per modellizzare situazioni, ossia descriverle e rappresentarle utilizzando in modo consapevole il linguaggio specifico della matematica. La matematica può così modellizzare oggetti, situazioni e strutture del mondo reale o ideale tramite diversi tipi di rappresentazioni.

### Interpretare e riflettere sui risultati

Comprendere e assumere un atteggiamento critico di fronte a un procedimento, una strategia o un risultato, ottenuti personalmente o proposti da altri, mettendo in atto strategie di verifica della loro attendibilità, di pertinenza con le condizioni della situazione-problema affrontata e di decisione sulla possibilità di un loro uso per affrontare situazioni nuove.

### Comunicare e argomentare

Presentare, descrivere, motivare, argomentare e giustificare in diversi registri semiotici (linguistico, aritmetico, algebrico, pittorico, iconico, grafico, gestuale ecc.) convinzioni, proprietà, riflessioni, ragionamenti, scelte e conclusioni concernenti un procedimento o un concetto matematico propri o di altri, in modo adeguato in rapporto all'oggetto considerato e al contesto d'uso.

### 4.3. Progressione delle competenze nei tre cicli scolastici

#### 4.3.1. Traguardi di competenza

I traguardi di competenza da raggiungere al termine di ogni ciclo possono essere definiti come sintesi, non esaustiva, di quanto proposto in modo più analitico nelle matrici dei traguardi di apprendimento proposti nel paragrafo successivo; essi evolvono in profondità e articolazione da un ciclo a un altro. Per ciascun traguardo sono previsti livelli di difficoltà crescenti in relazione alla complessità concettuale e strutturale della situazione-problema proposta (comprensibilità del testo, conoscenza e pratica delle diverse rappresentazioni, simboli e termini utilizzati, concetti presenti, ragionamenti e tempo necessari per risolverla ecc.), al livello di familiarità dei contesti d'azione (da contesti noti, semplici e concreti a contesti inediti, complessi e astratti), al grado di rielaborazione richiesto dal comportamento messo in atto (da risposte riproduttive a risposte personali e originali), alle condizioni operative in cui si svolge l'apprendimento (scopi dell'azione e autonomia con cui l'allievo agisce).

#### ***Traguardi di competenza al termine del 1° ciclo***

Alla fine del 1° ciclo l'allievo:

- esplora, comprende, prova e risolve situazioni-problema contestualizzate legate al vissuto e alla realtà che coinvolgono i primi apprendimenti in ambito numerico, geometrico e relativi a grandezze riferite alla sua quotidianità;
- conosce e utilizza i numeri naturali almeno fino a 100 in contesti legati principalmente al quotidiano, sa effettuare ordinamenti, stime, conteggi di raccolte alla sua portata numerica;
- gestisce calcoli mentali e mentali-scritti che coinvolgono addizioni almeno fino al 100 e sottrazioni in casi più semplici;
- riconosce, denomina e descrive le più comuni figure del piano e dello spazio, oltre a semplici relazioni e strutture legate alla lettura della realtà che lo circonda;
- progetta e realizza rappresentazioni e modelli non formalizzati legati all'interpretazione matematica del mondo che lo circonda;
- sa situarsi nel tempo della vita quotidiana, nella ciclicità e ricorsività;
- gestisce confronti, classificazioni e ordinamenti di lunghezze legate alla sua realtà ed effettua nel concreto misure per confronto con una grandezza scelta come unità;
- presenta, descrive e motiva le proprie scelte prese per affrontare una semplice situazione matematica legata alla realtà in modo tale che risultino comprensibili ai compagni, come pure comprende le descrizioni e presentazioni degli altri.

**Traguardi di competenza al termine del 2° ciclo**

Alla fine del 2° ciclo l'allievo:

- comprende e risolve con fiducia e determinazione situazioni-problema in tutti gli ambiti di contenuto previsti per questo ciclo, legate al concreto o astratte ma partendo da situazioni reali, mantenendo il controllo critico sia sui processi risolutivi sia sui risultati, esplorando e provando diverse strade risolutive;
- conosce e utilizza i numeri naturali, i numeri decimali e le frazioni in contesti reali e ideali; sa ordinare i numeri naturali e decimali;
- gestisce con sicurezza il calcolo mentale e mentale-scritto che coinvolge le quattro operazioni con numeri naturali, sa affrontare calcoli con numeri decimali, eventualmente anche ricorrendo a una calcolatrice in situazioni che lo richiedono;
- riconosce, denomina, descrive e rappresenta figure (del piano e dello spazio), relazioni e strutture legate all'interpretazione della realtà o a una loro matematizzazione e modellizzazione;
- classifica le principali figure in base a caratteristiche geometriche e ne determina misure significative;
- gestisce confronti, classificazioni e ordinamenti delle più comuni grandezze ed effettua e calcola misure dirette e indirette legate alla realtà e a situazioni ideali ancorate al concreto;
- ricava e interpreta informazioni da tabelle e grafici; elabora, interpreta e rappresenta insiemi di dati forniti o ricercati;
- esprime valutazioni probabilistiche in alcune semplici situazioni di incertezza legate al vissuto;
- costruisce ragionamenti, fondandosi su ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri;
- legge e comprende testi che coinvolgono aspetti logici e matematici concernenti gli ambiti coinvolti in questo ciclo;
- utilizza strumenti, convenzionali e non, per affrontare una situazione, in particolare strumenti per il disegno tecnico (riga, compasso, squadra) e strumenti di misura (metro, litro, goniometro ecc.);
- progetta e realizza rappresentazioni e modelli di vario tipo, matematizzando e modellizzando situazioni reali impregnate di senso;
- riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di uno stesso oggetto matematico;
- comunica e argomenta procedimenti e soluzioni relative a una situazione, utilizzando diversi registri di rappresentazione semiotica; comprende, valuta e prende in considerazione la bontà di argomentazioni legate a scelte o processi risolutivi diversi dai propri;
- manifesta un atteggiamento positivo rispetto alla matematica, tramite esperienze significative che gli hanno fatto intuire come gli strumenti matematici che ha imparato a utilizzare siano utili per operare nella realtà.

### **Traguardi di competenza al termine del 3° ciclo**

Alla fine del 3° ciclo l'allievo:

- applica il pensiero matematico per comprendere e risolvere con fiducia e determinazione situazioni-problema sia reali sia astratte concernenti tutti gli ambiti previsti per questo ciclo, mantenendo il controllo critico sia sui processi risolutivi sia sui risultati, esplorando e provando diverse strade risolutive e valutando in modo critico le informazioni e la loro coerenza;
- confronta procedimenti diversi e produce matematizzazioni e modellizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico vissuto e interpretato a una classe di problemi;
- manifesta disponibilità e capacità a usare modelli matematici di pensiero, di presentazione delle proprie scelte, strategie e processi risolutivi e di interpretazione di oggetti e situazioni reali;
- conosce, ordina e utilizza con sicurezza i numeri reali in contesti concreti e astratti e calcola con essi anche in forma non approssimata;
- gestisce con sicurezza il calcolo mentale e mentale-scritto nell'insieme dei numeri reali, ne padroneggia le diverse proprietà e rappresentazioni; stima il risultato di un calcolo e valuta l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice in situazioni che la richiedono;
- riconosce, denomina, descrive, classifica e rappresenta figure (del piano e dello spazio), ne individua proprietà, ne coglie relazioni tra gli elementi e ne determina misure significative;
- gestisce confronti, misure, ordinamenti e trasformazioni delle principali grandezze, effettua e calcola misure dirette e indirette legate alla realtà e a situazioni ideali e conosce le più comuni unità di misura legate al Sistema Internazionale delle Unità e alla Legge federale sulla metrologia;
- analizza e interpreta insiemi e rappresentazioni di dati per ricavarne misure di variabilità e prendere decisioni legate al contesto;
- riconosce, descrive, individua e rappresenta relazioni di tipo funzionale in situazioni reali e le utilizza per descrivere e risolvere una situazione-problema;
- si orienta ed esprime valutazioni qualitative e quantitative probabilistiche in situazioni di incertezza legate principalmente al mondo reale;
- costruisce ragionamenti, fondandosi su ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri; esprime e testa congetture dedotte da situazioni reali o astratte;
- legge e comprende testi in modo autonomo che coinvolgono aspetti logici e matematici concernenti gli ambiti coinvolti in questo ciclo;
- utilizza strumenti, convenzionali e non, per affrontare una situazione, in particolare strumenti per il disegno tecnico (riga, compasso, squadra), strumenti di misura (metro, litro, goniometro ecc.), strumenti di calcolo (calcolatrice e software matematici) e sa valutare l'opportunità di ricorrere a essi in situazioni che le richiedono;
- progetta e realizza rappresentazioni e modelli di vario tipo, matematizzando e modellizzando situazioni reali e ideali impregnate di senso;
- riconosce e utilizza con consapevolezza rappresentazioni diverse di uno stesso oggetto matematico;
- utilizza e interpreta il linguaggio matematico e ne coglie il rapporto con il linguaggio naturale;
- descrive e spiega il procedimento seguito, utilizzando diversi registri di rappresentazione semiotica, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati; produce giustificazioni e argomentazioni in base alle conoscenze teoriche acquisite;
- sostiene le proprie convinzioni, portando esempi e controesempi adeguati e utilizzando concatenazioni di affermazioni; accetta di cambiare opinione riconoscendo la logica e la correttezza di un'argomentazione altrui;
- manifesta, con sempre maggiore convinzione, un atteggiamento positivo rispetto alla matematica per mezzo di esperienze significative e comprende come molti dei saperi matematici appresi siano utili per operare nella realtà.

#### **4.3.2. Traguardi di apprendimento**

Di seguito sono proposte le matrici che descrivono i risultati attesi per quanto riguarda le risorse e i processi, al termine dei tre cicli, (4°, 7° e 11° anno), suddivise per ambito di competenza.

Tabella 34

Numeri e calcolo		1° ciclo - 4° anno	2° ciclo - 7° anno	3° ciclo - 11° anno
Risorse cognitive				
<b>Sapere e riconoscere</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conoscere le cifre, la scrittura simbolica di un numero naturale almeno fino a 100 e il significato di ogni cifra secondo la notazione decimale.</li> <li>• Riconoscere piccole quantità di oggetti senza contare (minore o uguale a 5).</li> <li>• Conoscere i numeri naturali almeno fino a 100 e riconoscerli nel mondo reale.</li> <li>• Conoscere il significato di maggiore, minore, uguale, precedente e successivo.</li> <li>• Conoscere il significato di addizione e sottrazione e i relativi simboli.</li> <li>• Conoscere la somma e la differenza di due numeri.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conoscere la scrittura simbolica dei numeri naturali e decimali e il significato di ogni cifra secondo la notazione decimale.</li> <li>• Conoscere termini e simboli aritmetici riguardanti le quattro operazioni.</li> <li>• Conoscere il significato di frazione come operatore diretto, come quoziente o come rapporto fra due numeri naturali in situazioni reali.</li> <li>• Riconoscere vari tipi di rappresentazione grafica di una relazione (tabella di valori, diagramma sagittale, istogramma, grafi, diagramma cartesiano) e conoscere il loro significato.</li> <li>• Conoscere i termini "dati" e "insieme di dati" riferiti a un'indagine.</li> <li>• Conoscere i termini "evento", "certo", "possibile", "impossibile", "numero di possibilità", "ha più/meno possibilità di ...", riferiti ad una situazione di incertezza.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conoscere termini aritmetici e algebrici (in particolare: espressione algebrica, potenza, radice, equazione, disequazione, sistema di equazioni o disequazioni, incognita, soluzione, intervallo).</li> <li>• Conoscere le principali forme di rappresentazione di un numero reale (decimale, frazionaria, percentuale, scientifica, potenza con base razionale e esponente intero, radicale).</li> </ul>	
<b>Eseguire e applicare</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Contare quantità di oggetti presentate anche in forma disordinata.</li> <li>• Confrontare, ordinare, leggere e scrivere, numeri naturali almeno fino a 100.</li> <li>• Rappresentare su una retta numerica numeri naturali almeno fino a 100.</li> <li>• Determinare il complemento alla decina successiva con numeri almeno fino a 100.</li> <li>• Eseguire calcoli concernenti addizioni e sottrazioni, applicando tecniche e strategie di calcolo mentale e mentale-scritto adeguate alla complessità della situazione.</li> <li>• Stimare quantità in situazioni concrete.</li> <li>• Leggere e completare rappresentazioni grafiche emerse da esperienze vissute, come ad esempio una tabella a doppia entrata.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Leggere, scrivere, confrontare e ordinare numeri naturali e decimali.</li> <li>• Rappresentare su una retta numerica numeri naturali e numeri decimali.</li> <li>• Eseguire calcoli concernenti le quattro operazioni applicando tecniche e strategie di calcolo mentale, mentale-scritto o scritto, approssimato e strumentale, adeguate alla complessità della situazione e fondate sulle proprietà delle operazioni.</li> <li>• Approssimare numeri decimali e stimare risultati di calcoli.</li> <li>• Stimare quantità sempre più grandi.</li> <li>• Ricavare informazioni da rappresentazioni grafiche relative a situazioni conosciute.</li> <li>• Confrontare eventi diversi, relativi a situazioni concrete di incertezza, per stabilire quali hanno più possibilità di verificarsi.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Eseguire le quattro operazioni di base con numeri reali espressi sotto forma decimale, frazionaria, radicale, scientifica o di potenza a esponente intero, applicando tecniche di calcolo mentale, mentale-scritto o strumentale adeguate alla complessità della situazione.</li> <li>• Approssimare e stimare numeri e risultati di espressioni aritmetiche.</li> <li>• Trattare espressioni algebriche (anche con termini frazionari) applicando in particolare la proprietà distributiva, le proprietà delle potenze a esponente intero e i prodotti notevoli.</li> <li>• Risolvere equazioni di primo grado in R e semplici equazioni riconducibili al primo grado.</li> <li>• Risolvere disequazioni di primo grado in R.</li> <li>• Risolvere sistemi di due equazioni a due incognite o di più disequazioni di primo grado.</li> </ul>	

<p>Numeri e calcolo</p> <p>Processi cognitivi</p>	<p>• Attuare una serie di tentativi volti ad affrontare e risolvere una data situazione numerica derivante da un contesto familiare.</p>	<p>• Procedere per tentativi con lo scopo di determinare casi particolari che soddisfano le condizioni di una situazione aritmetica.</p> <p>• Testare la validità di una proposizione concernente una situazione aritmetica o una relazione funzionale legata alla quotidianità, mediante tentativi numerici assegnati o scelti autonomamente.</p> <p>• Effettuare semplici esperienze aleatorie (lanci di dadi o di monete, estrazioni da un mazzo di carte da gioco o da un contenitore ecc.), procedendo per tentativi, con lo scopo di identificare ed elencare tutti gli esiti possibili.</p>	<p>• Pianificare ed effettuare prove e tentativi numerici pertinenti, variando sistematicamente dati e operazioni, per cercare di individuare una procedura o una soluzione di una situazione aritmetica.</p> <p>• Testare una congettura al fine di trovare un procedimento risolutivo o per generalizzare la situazione.</p>
<p><b>Esplorare e provare</b></p>	<p>• Rappresentare situazioni numeriche espresse in forma linguistica con parole, disegni, schemi, frecce, istogrammi, ecc.</p> <p>• Tradurre una situazione numerica legata a contesti quotidiani in un'addizione o una sottrazione che ne individua un processo risolutivo.</p>	<p>• Ricavare informazioni da una situazione aritmetica espressa in varie forme (linguistica, grafica ecc.).</p> <p>• Tradurre una situazione di tipo aritmetico espressa in forma linguistica in una sequenza di calcoli.</p> <p>• Tradurre una situazione di tipo aritmetico in rappresentazioni grafiche che ne esprimono la struttura.</p> <p>• Matematizzare situazioni aritmetiche e combinatorie concrete a partire da esempi di risultati possibili su cui riflettere.</p>	<p>• Tradurre una situazione in diversi linguaggi semiotici, in particolare aritmetico o algebrico, sotto forma di espressioni, equazioni e sistemi, applicando concetti matematici adeguati, al fine di determinare una procedura risolutiva.</p> <p>• Modellizzare una situazione aritmetica sfruttando vari registri semiotici (linguistico, figurale, aritmetico, algebrico, gestuale ecc.).</p>
<p><b>Interpretare e riflettere sui risultati</b></p>	<p>• Interpretare dati numerici relativi a diverse situazioni legate alla vita quotidiana.</p>	<p>• Interpretare e riflettere su un procedimento o un risultato, proprio o altrui, ricorrendo alla stima o al calcolo, e tenendo in considerazione le condizioni della situazione affrontata.</p> <p>• Esaminare se le rappresentazioni proprie o altrui di un procedimento o di un risultato illustrano efficacemente la situazione e sono utilizzate correttamente.</p>	<p>• Interpretare, analizzare e verificare affermazioni, procedimenti e risultati aritmetici e algebrici, propri o altrui, mediante la stima dell'ordine di grandezza, il calcolo e il controllo della coerenza con le condizioni del problema.</p> <p>• Esaminare se un sapere o un procedimento risolutivo possono essere utilizzati per risolvere una nuova situazione.</p>
<p><b>Comunicare e argomentare</b></p>	<p>• Descrivere e presentare le proprie scelte prese per affrontare una situazione numerica in modo tale che risultino comprensibili agli altri.</p> <p>• Comprendere le descrizioni e presentazioni effettuate dai compagni in ambito numerico.</p> <p>• Motivare una scelta mediante un calcolo o una relazione (maggiore, minore, uguale).</p>	<p>• Presentare e argomentare decisioni, procedimenti risolutivi o soluzioni scelte, relative a situazioni aritmetiche o a relazioni fra grandezze, utilizzando diversi registri semiotici (linguistici, gestuali, figurali, aritmetici ecc.), in modo che risultino comprensibili agli altri.</p> <p>• Comprendere le descrizioni e argomentazioni effettuate dai compagni in ambito aritmetico per motivare le decisioni e i procedimenti scelti e i risultati ottenuti.</p>	<p>• Presentare e argomentare in modo comprensibile e utilizzabile da altri informazioni, procedimenti e risultati (in particolare soluzioni di equazioni, disequazioni o sistemi) per mezzo di spiegazioni basate su saperi matematici e in diversi registri semiotici (linguistici, gestuali, figurali, aritmetici ecc.).</p> <p>• Comprendere le presentazioni e argomentazioni effettuate dai compagni in ambito aritmetico e algebrico per motivare i procedimenti scelti e i risultati ottenuti.</p>

## Commento

Nel 1° ciclo è previsto il raggiungimento di competenze legate prevalentemente all'enumerare, effettuare conteggi, riconoscere e utilizzare i numeri nel quotidiano, classificare, ordinare, aggiungere e sottrarre quantità. Per raggiungere tale scopo occorre tener presente che il bambino, nel suo contesto di vita, è confrontato in modo ricorrente con innumerevoli esperienze in cui i numeri sono presenti in modo massiccio. Di conseguenza è importante permettergli di confrontarsi con situazioni aperte che nascono da esperienze di vita quotidiana e che considerano anche numeri naturali «grandi», dove il grande dipende dal contesto della classe e del singolo allievo. Lo scopo è di non costringerlo a rimanere bloccato entro un certo intervallo numerico, con considerazioni a volte sottostimate in rapporto alle competenze già acquisite.

Tale scelta di fondo implica dei percorsi didattici che mettano il bambino nella condizione di vivere e confrontarsi fino in fondo con la scoperta del variegato universo matematico alternando momenti di scoperta, di apertura ad ambiti molto liberi, con momenti di strutturazione e di consolidamento di quanto emerso.

Nel 2° ciclo si mira a un ampliamento delle competenze del 1° ciclo sui numeri naturali, prendendo maggior confidenza con numeri sempre più grandi e con i primi numeri non naturali, scoprendoli e analizzandoli in vari contesti d'uso nella vita quotidiana.

Lo scopo è di sviluppare una competenza nell'affrontare e risolvere situazioni-problema riconducibili alle quattro operazioni, fondata sul possesso di un bagaglio tecnico-algoritmico utile nella vita quotidiana che permetta di trovare delle soluzioni ai problemi, di presentare e giustificare i procedimenti messi in atto, di giudicarne l'attendibilità, procedendo anche per tentativi nel caso di situazioni poco familiari.

La calcolatrice o altri mezzi informatici possono costituire utili strumenti da usare per eseguire calcoli di una certa complessità o in situazioni in cui è utile lavorare sui risultati in modo sperimentale o in cui è importante puntare sul processo risolutivo di una situazione-problema e non sui singoli calcoli.

Le frazioni vengono viste secondo diverse interpretazioni che nascono da situazioni reali, principalmente come operatore diretto, ma anche come quoziente e come rapporto fra due numeri naturali in situazioni significative (ad esempio fra numero di casi favorevoli e numero di casi possibili).

Per questo ciclo, nell'ambito «Numeri e calcolo» si rintracciano i primi elementi degli ambiti di competenza «Funzioni» e «Probabilità e statistica» che ancora non sono presenti in modo esplicito. Per quanto concerne l'ambito «Funzioni» si prendono in considerazione le numerose situazioni in cui sono in gioco relazioni fra numeri o grandezze, espresse mediante registri diversi (in particolare grafici, tabelle, schemi, frasi ecc.) e in cui è richiesto di riflettere sul «legame» esistente per ricavare o completare le informazioni. L'ambito «Probabilità e statistica» può essere affrontato mettendo in gioco situazioni comuni di piccole inchieste o di gioco in cui l'allievo è chiamato a confrontarsi con semplici ma significative situazioni sia di raccolta/esplorazione di dati, sia di incertezza. Si mira alla costruzione delle prime risorse necessarie per organizzare e rappresentare insiemi di dati, individuarne qualche caratteristica e trarre stimoli utili per giungere a formulare alcune congetture.

Nel 3° ciclo è prevista un'estensione progressiva della conoscenza dei vari insiemi numerici, con un ampliamento sempre più marcato della accezione di frazione a tutti i suoi aspetti, un affinamento del calcolo aritmetico, un approccio al calcolo algebrico, l'introduzione e un primo consolidamento dei concetti di equazione, disequazione e sistema.

Il calcolo mentale assume importanza sia come campo di sviluppo di determinati algoritmi (fondati essenzialmente sulle proprietà, sulla gerarchia delle operazioni e sull'uso delle parentesi) che preparano la via al calcolo algebrico, sia come mezzo per stimare risultati ottenuti da uno strumento tecnologico.

Questo tipo di calcolo aritmetico concerne anzitutto i numeri naturali ma anche i razionali espressi in forma decimale e frazionaria e va ancorato su solide competenze acquisite nel ciclo precedente.

La calcolatrice è assunta come strumento personale dell'allievo. L'obiettivo principale è quello di educare a un suo uso corretto, sensato e autonomo, mediante attività di sensibilizzazione che ne mostrino le peculiarità. Assieme a un foglio di calcolo, essa diventa strumento per sviluppare e affinare competenza nel calcolo stesso oltre che per introdurre nuovi concetti matematici.

Il calcolo algebrico viene proposto come generalizzazione del calcolo aritmetico. Grazie a esso si intendono sviluppare negli allievi le competenze necessarie per gestire situazioni-problema risolvibili tramite espressioni aritmetiche, equazioni, disequazioni e sistemi con numeri reali secondo varie modalità e sfruttando le proprietà del calcolo, riuscendo così a matematizzare e a modellizzare la realtà.



Tabella 35

Geometria		1° ciclo - 4° anno	2° ciclo - 7° anno	3° ciclo - 11° anno
Risorse cognitive				
<b>Sapere e riconoscere</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conoscere le relazioni spaziali (più vicino/più lontano, sopra/sotto, davanti/dietro, destra/sinistra ecc.).</li> <li>• Conoscere il nome di alcune figure comuni dello spazio (cubo, parallelepipedo, piramide, sfera, cilindro, cono) e del piano (triangolo, quadrato, rettangolo, cerchio) e riconoscerle anche in posizioni non convenzionali.</li> <li>• Conoscere i principali elementi costitutivi dei più comuni poliedri (facce, vertici e spigoli) e solidi di rotazione (superficie curva, cerchio ecc.).</li> <li>• Conoscere i termini e le principali proprietà relative alle linee (rettilinea, curva, aperta/chiusa, semplice/intrecciata ecc.).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conoscere e utilizzare le nozioni geometriche fondamentali relative a figure del piano e dello spazio (punto, linea, retta, parallelismo e incidenza, segmento, semiretta, figura, angolo, poligono, lato, vertice, diagonale, asse di simmetria, cerchio, circonferenza, raggio, diametro, solido, poliedro, faccia, spigolo, vertice, contorno, superficie, spazio ecc.).</li> <li>• Conoscere i poligoni in base alle loro proprietà (lati e angoli, diagonali), anche se rappresentati in posizioni non convenzionali.</li> <li>• Conoscere i solidi più comuni e i loro elementi caratteristici anche se rappresentati in posizioni non convenzionali.</li> <li>• Confrontare figure del piano e dello spazio evidenziando analogie e differenze.</li> <li>• Riconoscere figure traslate, simmetriche, ruotate, in situazioni significative e legate alla realtà.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conoscere e utilizzare i principali termini e concetti della geometria del piano e dello spazio (in particolare: figure simili).</li> <li>• Conoscere figure piane e solide e classificarle in base alle loro proprietà.</li> <li>• Descrivere le caratteristiche strutturali di un poliedro o di solidi di rotazione (cilindro, cono e sfera): vertici, spigoli, facce, base, altezza, apotema, centro, raggio, superfici, sviluppi ecc.</li> <li>• Conoscere e utilizzare alcuni teoremi fondamentali della geometria (in particolare: somma delle ampiezze degli angoli di un triangolo, teorema di Pitagora, criteri di congruenza e di similitudine).</li> </ul>	
<b>Eseguire e applicare</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Orientarsi e orientare persone o oggetti nello spazio reale usando termini specifici.</li> <li>• Confrontare figure del piano e dello spazio evidenziando analogie e differenze.</li> <li>• Individuare il numero di facce, vertici e spigoli di un poliedro legato alla quotidianità.</li> <li>• Scomporre concretamente figure dello spazio e del piano in figure più semplici e viceversa.</li> <li>• Continuare una successione di semplici figure seguendo lo stesso criterio.</li> <li>• Essere in grado di realizzare manualmente modelli di figure dello spazio e del piano utilizzando diversi materiali.</li> <li>• Utilizzare una griglia per descrivere la posizione di un oggetto.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Orientarsi nello spazio in base a descrizioni e mappe.</li> <li>• Disegnare figure piane, schizzare figure solide e realizzare artefatti del piano e dello spazio.</li> <li>• Classificare i poligoni in base ai lati e agli angoli, in particolare i triangoli e i quadrilateri anche in base alle diagonali.</li> <li>• Scomporre opportunamente triangoli e quadrilateri e ricomporli per permettere un calcolo semplificato dell'area.</li> <li>• Individuare simmetrie.</li> <li>• Determinare graficamente frazioni di lunghezze e aree.</li> <li>• Usare riga e squadra per disegnare o individuare relazioni fra figure (ad es. rette parallele o perpendicolari).</li> <li>• Usare il compasso per confrontare e riportare lunghezze, costruire circonferenze e archi.</li> <li>• Usare il goniometro per misurare ampiezze.</li> <li>• Utilizzare un sistema di riferimento cartesiano per localizzare punti nel piano.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Rappresentare figure geometriche bidimensionali in un sistema di riferimento cartesiano ed eseguire costruzioni di base.</li> <li>• Scomporre figure piane e solide in più figure conosciute per determinare lunghezze, aree e volumi sfruttando l'additività di queste grandezze.</li> <li>• Rappresentare i principali solidi in vari modi (in particolare: modelli 3D, schizzi in prospettiva e sviluppi).</li> <li>• Utilizzare compasso, riga, squadra, goniometro per risolvere problemi geometrici.</li> <li>• Utilizzare un programma di geometria dinamica per rappresentare, esplorare e risolvere problemi geometrici.</li> </ul>	

Processi cognitivi			
<b>Esplorare e provare</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Procedere per prove e tentativi nella manipolazione e osservazione di figure assegnate o di motivi corrispondenti a criteri dati.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determinare per prove e tentativi qualche caso particolare di figura che soddisfi le condizioni di una situazione data (per es. tetramini, pentamini, scheletrati, sviluppi di un poliedro ecc.) e cercare di formulare congetture.</li> <li>• Procedere per prove e tentativi per individuare procedimenti o soluzioni accettabili per una situazione geometrica concreta o astratta.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Esplorare significative situazioni geometriche utilizzando concetti, principi e procedimenti matematici.</li> <li>• Procedere per tentativi e prove sistematiche per individuare e testare congetture.</li> </ul>
<b>Matematizzare e modellizzare</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Riprodurre un oggetto o un percorso del reale sotto forma di plastico, griglia e mappa.</li> <li>• Tradurre situazioni geometriche - che coinvolgono figure o simmetrie - in rappresentazioni figurali (disegni, schemi, percorsi con frecce ecc.) o a parole.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Analizzare e tradurre una situazione di tipo geometrico in rappresentazioni figurali (plastici, mappe e schizzi di figure elementari) o aritmetiche che ne esprimano la struttura, al fine di individuare un procedimento risolutivo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Analizzare e modellizzare una situazione concernente oggetti del piano e dello spazio applicando nozioni e proprietà fondamentali della geometria (in particolare: teorema di Pitagora e criteri di similitudine), passando da un registro semiotico a un altro, al fine di prendere decisioni e di determinare una procedura risolutiva.</li> </ul>
<b>Interpretare e riflettere sui risultati</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretare informazioni geometriche relative a diverse situazioni legate alla vita quotidiana.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretare e riflettere se un procedimento o un risultato propri o altrui soddisfano tutte le condizioni geometriche poste da una situazione.</li> <li>• Esaminare se le rappresentazioni proprie o altrui illustrano efficacemente la situazione e sono utilizzate correttamente.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Esaminare e verificare un procedimento o un risultato, propri o altrui, mediante proprietà geometriche e controllarne la coerenza con le condizioni del problema.</li> <li>• Esaminare se un procedimento risolutivo può essere riutilizzato per risolvere un altro problema geometrico.</li> </ul>
<b>Comunicare e argomentare</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Descrivere mediante parole, schizzi, disegni ecc. figure e motivi geometrici come pure eventuali analogie o irregolarità rispetto a tali motivi.</li> <li>• Comunicare mediante parole, schizzi, disegni ecc., perché figure o motivi geometrici presentano analogie o differenze rispetto a un modello dato.</li> <li>• Motivare le scelte prese per una situazione geometrica vissuta.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comunicare informazioni relative a situazioni geometriche mediante parole, calcoli, schizzi, disegni e simboli, in particolare nella presentazione di procedimenti risolutivi, e comprendere quelle altrui.</li> <li>• Giustificare un'affermazione utilizzando relazioni o proprietà geometriche di figure (congruenza, parallelismo, incidenza, simmetria ecc.).</li> <li>• Proporre argomentazioni pertinenti per sostenere le proprie tesi in ambito geometrico e comprendere la bontà di quelle proposte da altri.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Prelevare in modo pertinente e presentare in modo comprensibile e utilizzabile da altri delle informazioni geometriche adeguate da testi, schizzi, disegni, mappe o modelli.</li> <li>• Esplicitare procedimenti risolutivi per mezzo di un linguaggio verbale adeguato, schizzi, disegni, mappe, modelli ecc..</li> <li>• Argomentare e giustificare la correttezza di formule (ad esempio formule per il calcolo dell'area) e l'esistenza di relazioni fra figure (ad esempio la conservazione dell'area, la similitudine) a partire da proprietà geometriche.</li> <li>• Proporre argomentazioni a sostegno di, o contrarie a, semplici congetture geometriche.</li> </ul>

## Commento

Nel 1° ciclo lo sviluppo geometrico prende avvio a partire dalle prime esperienze spaziali del bambino tramite l'organizzazione delle percezioni, sensazioni e osservazioni esterne di tipo senso-motorio e l'uso di un linguaggio sempre più adeguato.

Per i bambini di questa età, la geometria tridimensionale (3D) rappresenta una lettura della realtà più intuitiva e più vicina alle loro esperienze, dato che tutto ciò che circonda il bambino è 3D.

È quindi auspicabile iniziare lo studio di tale ambito partendo dall'osservazione e analisi di figure 3D, rintracciabili in modelli del reale, per poi giungere a quelle 2D e in seguito operare continui passaggi dal 3D al 2D e viceversa.

Partire dall'esperienza reale fornisce informazioni spaziali legate alla forma, alla grandezza, alla posizione ecc. degli oggetti; caratteristiche che si rivelano importanti per un primo approccio all'apprendimento in campo geometrico, ma che vanno didatticamente controllate per far emergere gradatamente nei cicli successivi aspetti sempre più concettuali.

Nel 2° e 3° ciclo, il processo di insegnamento/apprendimento della geometria verte sul passaggio dallo spazio al piano e viceversa, partendo dalla lettura del mondo reale che circonda l'allievo e creando continuità fra i cicli.

Non si tratta di riprodurre l'impostazione euclidea, iniziando da concetti come il punto, la linea, la retta e il piano, importanti per una trattazione razionale, ma distanti dall'esperienza dell'allievo, bensì di creare situazioni ricche e significative che permettano agli allievi di interpretare matematicamente il mondo reale che li circonda, tramite modellizzazioni che consentano il passaggio: realtà-modello-realtà. È così che nel 2° ciclo avviene il passaggio dall'organizzazione spaziale della realtà a sistemazioni e razionalizzazioni successive di queste prime osservazioni che continua in modo sempre più critico e profondo nel ciclo successivo e che confluisce negli aspetti assiomatico-deduttivi.

Quest'ultimi sono perseguiti attraverso la risoluzione di significative situazioni-problema che portano l'allievo a rendersi conto che dalla validità di talune proprietà di partenza se ne possono dedurre di nuove. Come proprietà di partenza non sono necessariamente presi in considerazione dei veri e propri assiomi geometrici, bensì delle «proprietà forti», assunte dall'allievo come evidenti sulla scorta di attività euristiche mirate.

In un'evoluzione di questo tipo, acquista un ruolo fondamentale il linguaggio geometrico, che fornisce esso stesso degli orientamenti per organizzare l'osservazione, per interpretare gli oggetti considerati e per sostenere il processo cognitivo legato alla comunicazione e all'argomentazione.

I simboli, le formule e le definizioni vanno considerate come punto di arrivo di un percorso di apprendimento costruttivo e personale dell'allievo e non come punto di partenza.

La rappresentazione di figure assume un ruolo di primaria importanza per operare una sintesi delle proprietà dell'oggetto considerato. In particolare, l'uso di modelli concreti (bi- e tridimensionali, variando tecniche e materiali), la rappresentazione mediante schizzi a mano libera e i disegni ottenuti attraverso costruzioni ragionate fondate su proprietà, utilizzando strumenti più o meno tradizionali (riga, squadra, compasso, ...) o software di geometria dinamica.

L'intento è di far sì che l'allievo sappia gestire situazioni-problema concernenti figure geometriche, fondando il suo lavoro sulla capacità di analisi e sintesi, utilizzando diverse rappresentazioni semiotiche per esplicitare il processo risolutivo scelto e fornendo risposte e argomentazioni sia qualitative che quantitative alla situazione data.

Grandezze e misure	1° ciclo - 4° anno	2° ciclo - 7° anno	3° ciclo - 11° anno
Risorse cognitive			
<b>Sapere e riconoscere</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conoscere la scansione degli intervalli di tempo della vita quotidiana (ore, giorni, settimane, mesi, stagioni e anni), la loro ciclicità e la ricorsività di alcuni eventi significativi (ad esempio compleanni e principali festività).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Riconoscere le grandezze più comuni (lunghezza, area, massa, valore monetario, ampiezza, temperatura, tempo e capacità) e le relative unità di misura indicate dalla Legge federale sulla metrologia.</li> <li>• Conoscere i prefissi di multipli (in particolare da, h, k) e sottomultipli delle unità (in particolare d, c, m).</li> <li>• Riconoscere le principali grandezze in situazioni concrete di vita reale.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conoscere le grandezze più comuni (lunghezza, area, volume, capacità, massa, valore monetario, tempo, velocità) e le relative unità di misura principali con i loro simboli convenzionali.</li> <li>• Conoscere la struttura del sistema metrico decimale riferita a grandezze fondata sulla rappresentazione mediante potenze di dieci.</li> <li>• Conoscere i principali prefissi (in particolare: tera, mega, kilo, deci, centi, milli, micro).</li> </ul>
<b>Eseguire e applicare</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Situarci nei tempi della vita quotidiana, nella loro ciclicità e nella ricorsività dei suoi eventi significativi.</li> <li>• Confrontare, classificare e ordinare lunghezze e vivere le prime esperienze su masse ed estensioni (più lungo, più corto, più leggero, più pesante, più esteso/meno esteso).</li> <li>• Stimare lunghezze in situazioni reali vicine alla sua esperienza.</li> <li>• Effettuare misure per confronto con una grandezza scelta come unità (convenzionale o no).</li> <li>• Effettuare semplici confronti diretti e indiretti in relazione a una determinata grandezza.</li> <li>• Utilizzare parti del corpo o un oggetto comune come strumento per confrontare/misurare lunghezze.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Eseguire calcoli relativi alle grandezze più comuni (lunghezze, aree, massa, valore monetario, tempo, capacità).</li> <li>• Calcolare il perimetro di una figura.</li> <li>• Calcolare l'area di figure, in particolare di rettangoli e triangoli e di altri poligoni riconducibili a un rettangolo mediante scomposizione e ricomposizione.</li> <li>• Determinare aritmeticamente la parte di una grandezza in situazioni concrete in cui la frazione è intesa come operatore.</li> <li>• Stimare, misurare, confrontare e approssimare grandezze in situazioni legate principalmente al vissuto dell'allievo.</li> <li>• Convertire unità di misura, passando da una all'altra fra quelle di uso più comune.</li> <li>• Utilizzare strumenti di misura (riga centimetrata, metro, goniometro, bilancia, orologio, recipiente graduato ecc.) idonei rispetto alla situazione.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Stimare e calcolare lunghezze, aree e volumi di oggetti reali o ideali concernenti prismi, piramidi, coni, cilindri e sfere.</li> <li>• Eseguire calcoli con grandezze (anche con semplici grandezze composte come velocità e densità).</li> <li>• Operare trasformazioni tra unità di misura.</li> <li>• Calcolare distanze in grandezza reale a partire da mappe e rapporti di scala e viceversa.</li> <li>• Utilizzare e saper scegliere strumenti di misura convenzionali e non (riga centimetrata, metro, goniometro, bilancia, cronometro, recipiente graduato ecc.) per effettuare delle misurazioni delle principali grandezze.</li> <li>• Utilizzare un formulario, una calcolatrice, un foglio di calcolo o un foglio di geometria dinamico per calcolare misure o eseguire trasformazioni tra unità di misura.</li> </ul>

<p>Grandezze e misure</p> <p>Processi cognitivi</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Esplorare e procedere per tentativi per individuare quante volte una lunghezza, un'estensione o una capacità è contenuta in un'altra.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Esplorare relazioni tra grandezze dello stesso tipo (ad esempio aree di diverse figure) e relazioni tra grandezze diverse (ad esempio perimetro e area) in situazioni concrete effettuando tentativi legati a stime e misurazioni.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Esplorare relazioni tra grandezze dello stesso tipo (ad esempio i volumi di diversi oggetti) e relazioni tra grandezze diverse (ad esempio area e volume) in situazioni significative effettuando stime e misurazioni.</li> </ul>
<p><b>Matematizzare e modellizzare</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Rappresentare lunghezze, estensioni, masse e capacità con parole, disegni, diagrammi, schemi, frecce, numeri ecc.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Analizzare relazioni tra grandezze diverse in gioco (in particolare: perimetri e aree di figure).</li> <li>• Tradurre una situazione della vita quotidiana in linguaggio matematico (aritmetico, grafico, verbale ecc.), tenendo in considerazione le grandezze e le unità di misura in gioco.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Analizzare relazioni tra grandezze diverse in gioco (in particolare: area e volume di figure, spazio e tempo).</li> <li>• Tradurre situazioni del quotidiano in linguaggio matematico (ad esempio: area di una stanza, velocità media di un'automobile, consumo di carburante, interesse finanziario ecc.) identificando le grandezze pertinenti e facendo uso di unità di misura adatte.</li> </ul>
<p><b>Interpretare e riflettere sui risultati</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Riflettere e decidere se una data misura costituisce una soluzione accettabile di una situazione data.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretare e riflettere sulla veridicità di un procedimento o un risultato, personale o altrui, ricorrendo alla stima dell'ordine di grandezza, al calcolo, alla conversione delle unità di misura o al confronto con la realtà.</li> <li>• Valutare se l'unità di misura è adeguata alla situazione proposta.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretare, riflettere e verificare la pertinenza di affermazioni, procedimenti e risultati concernenti situazioni legate a grandezze, mediante la stima, il calcolo e l'eventuale conversione di unità di misura e controllo della coerenza con le condizioni del problema.</li> <li>• Valutare se l'unità di misura e l'ordine di grandezza di un risultato sono sensati e adeguati alla situazione.</li> </ul>
<p><b>Comunicare e argomentare</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Descrivere e presentare un procedimento seguito per affrontare una situazione concernente grandezze familiari.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Presentare e descrivere dei procedimenti risolutivi in modo comprensibile agli altri, tenendo in considerazione le caratteristiche delle grandezze in gioco e saper valutare la bontà di quelli proposti da altri.</li> <li>• Comprendere procedimenti risolutivi proposti da altri relativi a situazioni che coinvolgono grandezze.</li> <li>• Argomentare facendo capo a grandezze e unità di misure per sostenere le proprie tesi relative a una situazione.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Descrivere e giustificare procedimenti risolutivi di situazioni che coinvolgono grandezze per mezzo di diversi registri di rappresentazione semiotica e di misure appropriate.</li> <li>• Prelevare in modo pertinente e presentare in modo comprensibile e utilizzabile da altri, misure adeguate da testi, schizzi, disegni, mappe, tabelle, diagrammi o situazioni reali.</li> <li>• Argomentare utilizzando in modo pertinente delle grandezze (semplici e composte), delle misure e dei calcoli con relative unità di misura, per sostenere le proprie tesi.</li> <li>• Comprendere e valutare la bontà di procedimenti risolutivi o argomentazioni proposti da altri relativi a situazioni che coinvolgono grandezze.</li> </ul>

## Commento

Nel 1° ciclo la descrizione di proprietà o grandezze riferite a oggetti e fenomeni reali viene effettuata inizialmente in modo percettivo e sensoriale e può essere realizzata tramite l'uso del linguaggio parlato: momento del «confronto qualitativo» (più alto/più basso, più lungo/più corto ecc.) o tramite una misurazione, che diventa un «confronto quantitativo».

Il passaggio dalla prima modalità alla seconda avviene quando si presenta la necessità di descrivere con una certa precisione «l'intensità» di un fenomeno o una caratteristica di un oggetto.

Per rendere assolute le considerazioni fatte nel primo tipo di descrizione occorre confrontare l'oggetto considerato con uno o più campioni; tale confronto può avvenire in modo diretto, paragonando gli oggetti tra loro o, se ciò non è possibile, nasce la necessità di usare un oggetto di confronto.

Se l'uso di vari oggetti risulta complicato, si passa dal confronto alla misurazione. Si stabilisce una prima corrispondenza fra oggetti e numeri usando un'unità di misura arbitraria per passare poi ad altre convenzionali del sistema di unità di misura internazionale.

È inoltre importante allenare l'occhio alla stima quantitativa, basata sul vissuto personale degli allievi formatosi da precedenti esperienze di misurazioni.

Nel 2° ciclo il rapporto tra l'ambito «Grandezze e misure» e il mondo fisico rimane molto stretto. La descrizione di proprietà o grandezze riferite a oggetti e fenomeni reali viene effettuata in modo percettivo e sensoriale prima di passare a situazioni ideali, per mezzo di confronti sia qualitativi sia quantitativi, che portano al concetto di misura di una grandezza.

Nel 3° ciclo, come per gli altri ambiti, vengono approfondite queste competenze in modo sempre più critico e profondo.

In entrambi i cicli si persegue un discorso di chiarezza sulla differenza esistente fra un oggetto (fisico o geometrico) e il concetto matematico di grandezza corrispondente, distinguendoli a loro volta dal concetto matematico di misura di una grandezza. Un segmento, un contorno, un angolo, una superficie, una parte di spazio, un sacco di mele, ecc. sono altra cosa rispetto alle grandezze corrispondenti: lunghezza, perimetro, ampiezza, area, volume, massa e valore ecc.. In quest'ottica è opportuno tener presente quei casi in cui la lingua comune è fonte di ambiguità, quando si tratta ad esempio di distinguere un ente geometrico dalla grandezza corrispondente oppure una grandezza dalla sua misura rispetto a una determinata unità di misura. In questi casi occorre sviluppare la sensibilità necessaria a distinguere se si sta considerando l'una o l'altra cosa.

L'attività di misurazione delle grandezze previste, fondata su situazioni significative proposte in vari contesti, è molto importante, soprattutto per matematizzare e modellizzare la realtà. L'esecuzione di misurazioni dirette o indirette portano l'allievo a stabilire corrispondenze fra oggetti del mondo reale e numeri mediate da unità di misura, consentendo di effettuare confronti tra oggetti e permettendo di scoprire che una stessa grandezza può avere più misure, diverse a seconda dell'unità scelta. Ciò permette all'allievo di acquisire anche quel vissuto di esperienze indispensabili a cui riferirsi nel momento in cui sarà chiamato a fare una stima dell'ordine di grandezza della proprietà di un elemento o di un fenomeno del reale.

Per quanto concerne in particolare il perimetro e l'area di poligoni o l'area e il volume di solidi scomponibili in parallelepipedi rettangoli, l'aspetto del calcolo è fondato sulla costruzione di formule giustificate attraverso attività, possibilmente di laboratorio, che mettono in evidenza proprietà delle figure, evitando il processo di pura memorizzazione e mobilitazione di formule preconfezionate per ogni caso particolare. In tale contesto è opportuno anche dare rilievo ai problemi di conservazione di queste grandezze.

Per quanto concerne il calcolo con grandezze, ci si limita al calcolo con le loro misure, educando l'allievo a riflettere su quale unità di misura dovrà accompagnare il risultato per essere coerente con la grandezza considerata. La conversione da un'unità di misura a un'altra si fonda sulla conoscenza delle relazioni fondamentali fra unità di misura diverse dettate dal sistema decimale; in particolare, è opportuno introdurre i relativi prefissi mettendo in relazione i multipli e i sottomultipli della grandezza considerata con le potenze  $10$ ,  $10^2$ ,  $10^3$ , ecc. e con le frazioni  $1/10$ ,  $1/100$ ,  $1/1000$ , ecc., applicate come operatori.

Tabella 37

3° ciclo - 11° anno	
Risorse cognitive	
<b>Sapere e riconoscere</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Riconoscere una funzione come corrispondenza univoca fra gli elementi di due insiemi.</li> <li>• Conoscere la terminologia, le notazioni e i simboli più importanti relativi al concetto di funzione (in particolare: argomento, immagine, forma algebrica, tabella delle coppie (grafo), rappresentazione sagittale, cartesiana, algebrica (<math>f: x \mapsto f(x)</math>)).</li> <li>• Conoscere il concetto di variazione proporzionale e riconosce situazioni di variazione proporzionale diretta e inversa legati a significative situazioni.</li> <li>• Riconoscere funzioni reali del tipo: <math>x \mapsto ax^2+b</math> <math>x \mapsto \frac{k}{x}</math> <math>x \mapsto ax^2+b</math> <math>x \mapsto \sqrt{x}</math> sia in forma algebrica sia grafica.</li> <li>• Distinguere situazioni esprimibili tramite funzioni affini (<math>x \mapsto ax^2+b</math>) da situazioni esprimibili tramite altri tipi di funzioni.</li> </ul>
<b>Eseguire e applicare</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determinare le immagini di argomenti dati e viceversa, relative a una funzione, a partire da diversi tipi di rappresentazioni grafiche o algebriche.</li> <li>• Determinare una tabella di valori relativa a una funzione che modella una situazione data e rappresentare in un sistema di riferimento cartesiano il grafico di una o più funzioni di cui è nota la forma algebrica, anche ricorrendo alla calcolatrice e al foglio di calcolo.</li> <li>• Rappresentare una data funzione in diversi registri semiotici (in particolare: linguistico, grafico, algebrico).</li> <li>• Risolvere graficamente (in modo approssimato) equazioni e disequazioni del tipo <math>f(x) = k</math>, <math>f(x) &lt; k</math>, <math>f(x) = g(x)</math>, <math>f(x) &gt; g(x)</math>, date le rappresentazioni cartesiane di due funzioni <math>f, g</math>, anche con un foglio di calcolo (analogamente per i sistemi).</li> <li>• Determinare algebricamente le coordinate del punto d'intersezione dei grafici di due funzioni affini che modellizzano una situazione data.</li> </ul>
Processi cognitivi	
<b>Esplorare e provare</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Procedere per prove e tentativi per individuare procedimenti o soluzioni accettabili concernenti una situazione funzionale reale o astratta.</li> <li>• Esplorare situazioni funzionali reali o astratte per individuare e verificare congetture.</li> </ul>
<b>Matematizzare e modellizzare</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Analizzare e tradurre una situazione concernente relazioni di tipo funzionale assegnate in una forma facente capo al linguaggio e alle proprietà specifici delle funzioni in gioco (in particolare tabelle di valori, forma algebrica e rappresentazioni grafiche), al fine di modellizzare la situazione e mettere a punto una procedura risolutiva.</li> </ul>
<b>Interpretare e riflettere sui risultati</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretare, riflettere e verificare la pertinenza di procedimenti e risultati concernenti situazioni funzionali, espresse in diversi modi tramite diverse rappresentazioni semiotiche (in particolare algebriche e grafiche) e controllandone la coerenza con le condizioni della situazione o di realtà.</li> </ul>
<b>Comunicare e argomentare</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Descrivere in maniera comprensibile e utilizzabile da altri informazioni, procedimenti e risultati concernenti relazioni di tipo funzionale presenti in testi, tabelle di valori, rappresentazioni grafiche o altri tipi di rappresentazione.</li> <li>• Giustificare affermazioni concernenti la proporzionalità per mezzo di diverse rappresentazioni (in particolare descrizioni verbali, tabelle di valori, grafici o calcoli).</li> <li>• Argomentare procedimenti o soluzioni concernenti situazioni funzionali facendo capo a tabelle di valori, calcoli o spiegazioni verbali.</li> <li>• Comprendere e valutare la bontà di procedimenti risolutivi o argomentazioni proposti da altri relativi a situazioni funzionali.</li> </ul>

## Commento

Come anticipato l'ambito «Funzioni» è presente in forma esplicita solo a partire dall'inizio del 3° ciclo. Attività preparatorie e di sensibilizzazione sono tuttavia già presenti nei cicli precedenti tramite un uso intuitivo del concetto di insieme e l'individuazione e interpretazione di relazioni fra insiemi legate alla realtà dell'allievo.

Il linguaggio degli insiemi viene affrontato e sistemato in questo ambito e viene concepito come strumento trasversale utile ed efficace solo quando permette di chiarire e semplificare la comunicazione, di favorire la comprensione di concetti o di matematizzare talune situazioni.

Il concetto di funzione viene progressivamente sistemato in questo ciclo lavorando prevalentemente su situazioni concernenti relazioni funzionali fra insiemi di numeri o di grandezze, espresse mediante diversi registri (in particolare linguistico, grafico e algebrico) e ponendo l'accento sul tipo di «legame» esistente fra gli elementi in gioco. Viene istituzionalizzato nel 10° anno con l'introduzione del registro simbolico. Per affrontare lo studio delle funzioni diventa cruciale il concetto di variabile e di variazione. È quindi importante che gli studenti sviluppino una profonda comprensione dei modi in cui le variazioni di quantità possano essere rappresentate matematicamente. I primi contatti possono avvenire sotto forma di tabelle (coppie di numeri legati tra loro) o di rappresentazioni grafiche (tabelle a doppia entrata, istogrammi, ma soprattutto diagrammi cartesiani), per poi passare progressivamente a forme più raffinate e simboliche. Va poi sollecitato l'allievo a passare da una rappresentazione di una situazione funzionale espressa in un particolare registro semiotico a un'altra, favorendo una forte connessione fra il grafico di una funzione, l'interpretazione dell'andamento, il collegamento di questo con l'espressione algebrica della funzione, gli aspetti numerici e l'analisi di momenti particolari di questo andamento. Va sottolineata l'importanza della considerazione dei fenomeni a livello qualitativo, che devono diventare un'abitudine mentale degli alunni, per non far diventare meccaniche le tecniche oggetto di applicazione, ma frutto di riflessione sui significati nei diversi contesti proposti. L'intento è di sviluppare negli allievi un «pensiero funzionale» che porta a riconoscere e utilizzare vari registri interpretativi di una stessa situazione.

L'impiego di funzioni nella risoluzione di problemi è un aspetto che ha notevole importanza per modellizzare situazioni di vita reale e può essere affrontato anche mediante l'uso di software adeguati, in particolare un foglio di calcolo.



Tabella 38

3° ciclo - 11° anno	
Risorse cognitive	
<b>Sapere e riconoscere</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conoscere il significato dei termini specifici principali della statistica e della probabilità (in particolare: tabella di valori, diagramma, media, moda, mediana, frequenza assoluta e frequenza relativa; evento e probabilità di un evento).</li> </ul>
<b>Eseguire e applicare</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Individuare, ordinare e trattare i dati pertinenti di una situazione e costruire una rappresentazione adeguata a partire da insiemi di dati esistenti, anche ricorrendo a un foglio di calcolo.</li> <li>• Stabilire in situazioni di vita quotidiana quale valore medio (media, moda, mediana) può rappresentare convenientemente un insieme di dati considerato.</li> <li>• Determinare l'insieme dei casi possibili e quello dei casi favorevoli di una prova aleatoria familiare, mediante tentativi o per elencazione sistematica (sequenze ordinate, tabelle, diagrammi ad albero ecc.).</li> <li>• Determinare frequenze assolute e relative in situazioni significative.</li> <li>• Applicare il concetto di probabilità classica o empirica, al fine di determinare la probabilità di un evento.</li> </ul>
Processi cognitivi	
<b>Esplorare e provare</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Esplorare situazioni aleatorie con dadi, monete, carte da gioco ecc., per elencare i casi possibili e determinare la probabilità di un evento.</li> </ul>
<b>Matematizzare e modellizzare</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Analizzare e ricondurre una situazione di tipo statistico di vita quotidiana a un insieme di dati da ordinare e elaborare, al fine di interpretare criticamente la situazione.</li> <li>• Analizzare e tradurre problemi combinatori di vita reale in procedure di conteggio sistematico o in rappresentazioni o elenchi di risultati, al fine di determinare un processo risolutivo.</li> <li>• Analizzare e tradurre situazioni familiari di incertezza nel linguaggio probabilistico, al fine di interpretarle criticamente e di prendere decisioni motivate.</li> </ul>
<b>Interpretare e riflettere sui risultati</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Analizzare in modo critico delle affermazioni o delle decisioni fondate sulla probabilità o su dati statistici.</li> <li>• Esaminare se le rappresentazioni personali o altrui illustrano efficacemente una data situazione.</li> <li>• Riconoscere se un ragionamento proprio o altrui è stato prodotto tramite un approccio deterministico o probabilistico e valutarne la bontà.</li> </ul>
<b>Comunicare e argomentare</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Prelevare in modo pertinente informazioni da dati presenti in testi, tabelle, diagrammi e presentarli in modo comprensibile e utilizzabile da altri.</li> <li>• Argomentare procedimenti risolutivi di situazioni fondate sulla probabilità o su dati statistici e comprendere le presentazioni altrui.</li> <li>• Giustificare affermazioni personali o altrui basate su insiemi di dati e diagrammi o concernenti la probabilità di eventi facendo capo a dei calcoli e a delle rappresentazioni di natura sia probabilistica sia statistica.</li> </ul>

## Commento

Come anticipato questo ambito, concernente i due nuclei tematici legati all'elaborazione matematica di dati statistici e all'educazione al pensiero probabilistico, è presente in forma esplicita solo a partire dall'inizio del 3° ciclo. Attività di sensibilizzazione sono tuttavia presenti già nel 2° ciclo.

L'allievo di prima media si è già occupato in precedenza di piccole indagini e ha già vissuto esperienze concrete di natura casuale (giochi e situazioni con dadi, mazzi di carte, estrazione di oggetti ecc.) attraverso le quali ha familiarizzato con situazioni caratterizzate da incertezza e con alcuni termini propri del linguaggio probabilistico, come ad esempio «dati» e «insieme di dati», «evento», «certo», «possibile», «impossibile», «numero di possibilità», «poco probabile», «equiprobabile», «molto probabile» ecc.

Nel 3° ciclo tali esperienze vengono riprese e ampliate progressivamente per arrivare a un consolidamento delle competenze legate all'alfabetizzazione probabilistica, tra cui anche la padronanza del linguaggio naturale e specifico utilizzato per descrivere situazioni di incertezza.

La quantificazione numerica come risposta a domande legate a situazioni di incertezza in termini di probabilità è prevista solo a partire dai primi due anni di scuola media, quando si lavora sul concetto di frazione anche nella sua accezione di frequenza relativa e di probabilità (rapporto fra numero di casi favorevoli e numero di casi possibili).

L'obiettivo, in questo ciclo, è di favorire da un lato la costruzione delle prime risorse necessarie per organizzare e rappresentare insiemi di dati, individuarne qualche caratteristica e trarre stimoli utili per giungere a formulare alcune congetture, e d'altro canto a sviluppare un'abitudine mentale a prendere in considerazione situazioni di incertezza che esigono la valutazione della probabilità di un evento e il confronto fra probabilità, per dare senso ad affermazioni del tipo «... è più/meno probabile di ...».

In entrambi i casi si tratta di consolidare un bagaglio di esperienze vissute, sufficientemente ricco, su cui sviluppare ulteriori competenze in seguito, non di affrontare da un punto di vista tecnico-assiomatico tematiche concernenti la statistica e la probabilità.

Come per gli altri ambiti è opportuno seguire un approccio che parta da situazioni reali e familiari all'allievo con lo scopo di analizzarle, affrontarle e modellarle in termini probabilistici e statistici.

Considerata la peculiarità delle attività statistiche centrate sull'elaborazione di un gran numero di dati, si impone un adeguato uso di mezzi di calcolo (calcolatrice e computer).

#### 4.4. Relazioni con le Competenze trasversali

Il rapporto fra matematica e Competenze trasversali è, come per le altre Discipline, di duplice natura: da un lato la matematica contribuisce al loro sviluppo (Competenze trasversali come risultato), dall'altro la matematica le richiede per un apprendimento efficace (Competenze trasversali come strumento o come risorsa). Nelle considerazioni che seguono bisogna sempre tener conto di questa duplice valenza.

Partendo da un'analisi comparativa delle *Competenze trasversali* e dei *processi cognitivi matematici* si nota come spesso vi sia una sovrapposizione, almeno parziale, di queste due dimensioni.

Per quanto concerne lo **sviluppo personale**, è fuori dubbio che le dimensioni come la conoscenza ed espressione di sé, l'autocontrollo, la responsabilità, la flessibilità, l'integrazione al gruppo ecc. assumono un ruolo centrale nell'apprendimento di questa disciplina. Si tratta di dimensioni extra cognitive come ad esempio l'interesse per la matematica, la motivazione, la disponibilità a mettersi in gioco nel lavoro comune, ma anche il sapere agire in modo autonomo e indipendente. In particolare, nell'affrontare situazioni matematiche l'allievo è chiamato a intraprendere consapevolmente percorsi personali, sviluppare la fiducia in sé e nell'altro e la consapevolezza delle proprie risorse e dei propri limiti; ad attivare delle strategie d'azione che presuppongono un agire strategico e intenzionale, che si articola nella capacità di anticipare un piano d'azione, di realizzarlo in relazione al contesto entro cui ci si muove e di calibrare il proprio modo di agire in relazione ad esso. Inoltre, l'allievo è chiamato a comprendere l'importanza di comunicare e argomentare agli altri le proprie scelte personali, di proporre e diffondere il proprio pensiero e accettare quello degli altri.

La **collaborazione** è particolarmente collegata a tutti i processi cognitivi matematici. Nelle attività di classe l'allievo è chiamato a contribuire al lavoro collettivo, condividendo scelte, decisioni, idee, scopi, procedimenti, scambiando punti di vista, ascoltando e considerando le divergenze, cooperando, pianificando e realizzando il lavoro con gli altri. L'allievo è chiamato a comunicare e argomentare agli altri le proprie scelte e procedimenti in modo che siano comprensibili e a discutere e accettare idee altrui alla luce della loro coerenza interna e correttezza logica.

La **comunicazione** assume oggi un ruolo centrale in matematica. Saper trasmettere informazioni, descrivere, presentare, argomentare e giustificare agli altri le proprie scelte e il proprio pensiero, rendendoli comprensibili agli altri, implica l'uso di un linguaggio appropriato alla situazione, preceduto da un'attenta analisi delle risorse a disposizione e della situazione. L'aspetto comunicativo oltrepassa i limiti della singola disciplina: il linguaggio matematico assume, infatti, un carattere universale ed è utilizzato in altre scienze e nell'ambito della tecnologia. La comunicazione può essere sia verbale, legata all'oralità: parlare, ascoltare, comprendere, conversare, narrare (esperienze, procedure ecc.), sia non verbale (iconica, gestuale). In particolare, questa competenza trasversale coincide con il processo cognitivo matematico: «Comunicare e argomentare» che richiede all'allievo di saper gestire la comunicazione e l'argomentazione delle proprie scelte e opinioni utilizzando diversi tipi di linguaggio, in modo che siano comprensibili agli altri e allo stesso tempo di saper ascoltare, rispettare e comprendere quelle altrui.

Il **pensiero riflessivo e critico** presuppone la capacità di costruirsi una propria opinione personale e di saper esplorare e analizzare le situazioni prendendo distanza dalle proprie azioni. Questo tipo di pensiero costituisce una risorsa importante per tutte le attività in ambito matematico: capire il senso di un problema, esplorare le differenti strategie e processi risolutivi, interpretare, riflettere su procedimenti e risultati ottenuti, saper giustificare la propria posizione ed eventualmente riconsiderarla, saper valutare le proprie e altrui forze/competenze in relazione allo scopo (bilancio delle risorse); rappresentarsi percorsi di avvicinamento con il fine di percepire gli elementi pertinenti; mettere in relazione, creare delle connessioni, creare nessi causali (confronto); costruire regole partendo dalle esperienze (inferenza); formulare ipotesi, anticipare; ricostruire e riflettere su un'esperienza vissuta (metacognizione); simbolizzare; elaborare opinioni personali, prendere decisioni proprie ecc., sono capacità che sono parte integrante dell'agire matematico. Ma più in generale, il pensiero riflessivo e critico va oltre i confini dell'apprendimento della matematica in ambito scolastico, esso implica anche la capacità di esprimere un giudizio critico in relazione alle ripercussioni della matematica sull'individuo, sulla società e sull'ambiente circostante.

Un discorso analogo vale per il **pensiero creativo**, che assume un ruolo centrale quando agli allievi è chiesto di esplorare, provare e sperimentare in matematica. Per saper affrontare e risolvere situazioni-problema sconosciute o connesse con nuove conoscenze, saperle matematizzare e modellizzare, è importante provare personalmente e con creatività. È ormai lontano lo stereotipo che per questa disciplina non occorra aver sviluppato tale tipo di pensiero, anzi, rappresenta una componente fondamentale per riuscire in matematica. Sviluppare l'inventiva, la fantasia e la flessibilità nell'affrontare situazioni-problema, sperimentare attivamente e fruire con piacere e regolarità di situazioni, combinazioni e materiali insoliti; inventare per analogia, tentare soluzioni nuove, rappresentano padronanze fondamentali in ambito matematico.

Infine, le **strategie d'apprendimento**, che rientrano nella dimensione delle competenze metodologiche, interessano ogni processo matematico. In particolare, nell'apprendimento di questa disciplina si tratta di porsi domande e di esplorare e provare vari processi risolutivi secondo diverse strategie di apprendimento. Nell'affrontare le diverse situazioni matematiche si tratta di adottare un metodo di lavoro efficace e saperlo confrontare con altri; saper ricorrere al ragionamento induttivo e deduttivo; saper risolvere problemi attraverso una pertinente analisi dei dati; riconoscere modelli e operare collegamenti; saper analizzare i procedimenti adottati. Più in generale, praticare processi di rielaborazione personale delle conoscenze matematiche sia da un punto di vista teorico, per ampliare la rete di conoscenze, sia da un punto di vista applicativo, per risolvere problemi. Analizzare, gestire e migliorare il proprio modo di imparare.

#### 4.5 Relazioni con i contesti di Formazione generale

Si possono rilevare diversi legami tra gli ambiti della Formazione generale e quelli della matematica.

Per quanto concerne l'ambito **tecnologie e media**, l'allievo è chiamato a dialogare e interagire attivamente e con senso etico e critico con i media e a padroneggiare il processo tecnologico per leggere, quantificare e interpretare i vari fatti della vita quotidiana tramite i diversi ambiti di competenza matematici. Si tratta di utilizzare le tecnologie come risorsa per gestire ed elaborare matematizzazioni e modellizzazioni di situazioni complesse di vita reale o di situazioni ideali. L'importanza dell'uso consapevole e critico delle tecnologie dell'informazione e della comunicazione nel processo di insegnamento-apprendimento della matematica è già stato espresso nel paragrafo degli aspetti metodologici e didattici.

Per quanto concerne l'ambito **contesto economico e consumi**, si tratta di mantenere legami forti con i contesti di realtà (prezzi, costi, ecc.) e di interpretare tali aspetti tramite il confronto e l'analisi di dati numerici, letture di grafici e tabelle, studio di funzioni, modellizzazioni e matematizzazioni di situazioni reali, studi statistici e probabilistici che consentano di affrontare con consapevolezza e senso critico ciò che avviene nella società. Tale ambito di Formazione generale è quindi collegato principalmente all'ambito numerico, a funzioni, a grandezze e misure e a probabilità e statistica.

Le **scelte e i progetti personali** sono legate agli ambiti matematici, in quanto è possibile confrontare opzioni di scelte diverse, quantificando e valutando i pro e i contro, soprattutto in ambito numerico, statistico e probabilistico. Pianificare, sostenere e rispettare un proprio progetto di scelta e avere il coraggio di cambiare strada in caso di necessità è un atteggiamento, tipico della risoluzione di problemi, che rappresenta una componente trasversale dei diversi ambiti di competenza matematici. Si tratta anche di argomentare e giustificare le proprie opinioni e scelte personali e rispettare quelle degli altri.

La **salute e il benessere** possono essere collegati con vari ambiti matematici, in quanto si tratta di saper raccogliere informazioni e dati e saperli interpretare e rielaborare con manipolazioni, studi di funzioni, modellizzazioni e matematizzazioni allo scopo di favorire il benessere personale e sociale. Tale ambito di Formazione generale è quindi maggiormente interconnesso con gli ambiti «Numeri e calcolo», «Grandezze e misure», «Funzioni» e «Probabilità e statistica». Tramite lo studio matematico è possibile spiegare fenomeni e comprendere le scelte migliori per il benessere personale e dell'intera comunità.

Infine, **vivere assieme ed educazione alla cittadinanza** è collegato al saper ascoltare e rispettare i punti di vista degli altri; saper partecipare in modo produttivo a un dibattito; saper gestire i conflitti; saper definire e rispettare regole condivise, ciò che dovrebbe avvenire in qualsiasi attività matematica.